

橡皮筋對平行四連桿所施垂直分力之分析與應用

The Analysis and Application of the Vertical Component of Force Exerted by Rubber Bands on 4-Bar Parallelograms

李尚元

LEE, SHUNG-YUAN

國立宜蘭高級中學 學生

National Yilan Senior High School Student

E-mail: sean7777@smail.ilc.edu.tw

摘要

平行四連桿，因其運動軌跡簡單，廣泛應用於機械手臂上。在機構的相關樞軸上，若掛載橡皮筋，通常以可減少轉動所需的力矩輸出。依據橡皮筋掛載方式，主要可以分為兩點式與三點式。

本研究是以實驗輔助分析，探究橡皮筋對於平行四連桿所施垂直分力與角度的關係，再透過數據歸納，得知各參數與系統之關係，並討論其應用價值。本實驗由架設器材進行模擬，以改變掛載方式為操縱變因，觀察量測其負重與角度，進而推算所施垂直分力。

經由分析，可得負重與角度關係圖。在二維旋轉的直角座標系中，改變上方連桿吊掛點 x 方向大小，主要影響截距；改變上方連桿吊掛點 y 方向大小，則主要影響斜率。此外，比較兩點式與三點式兩種掛載方式，在負重與角度關係圖的變化趨勢，前者呈現線性，後者呈現曲線變化。此外，三點式在實驗中表現出較高應用價值。

此研究所探討，可應用於減少電動機於機械臂上之耗能，以及無動力人體外骨骼上，達到省力節能的作用。

關鍵字：平行四連桿、省力機構、橡皮筋

Abstract

The 4-bar parallelograms are extensively adopted in robotic arms due to their simple motion trajectories. When rubber bands are mounted on the relevant pivots of the mechanism, the motor output torque and power required for rotation can usually

be reduced. According to the mounting method of the rubber band, it can be generally categorized into two types, namely, the two-point and the three-point type.

The influence of the hanging method of the rubber band on the relationship between the vertical component force and the angle exerted by the parallel 4-bar parallelograms has been investigated. From the experiment, by changing the mounting method as the manipulated variable, the relationship between the load and the angle can be observed and measured, and then the vertical component of the force exerted can thus be obtained from computation. Through data analysis, the relationships among the parameters in the system can be clarified, and its utilization in application can be evaluated.

On the basis of the rotating two-dimensional rectangular reference coordinates for the measurement of the mechanism, the experimental results reveal that the intercept will be significantly affected in the relationship plot between the load and the angle if the magnitude of the upper link from the suspension point in the x -direction is changed; while in contrast, the slope will be dramatically affected if the magnitude of the upper link from the suspension point in the y -direction is changed. As well as revealed by the corresponding relationship between the load and the angle, comparing the two-point and three-point mounting methods, shows different characteristics. The former shows a linear change, while the latter shows a curved change. In addition, the three-point mounting method shows a higher evaluation in application.

It can be concluded that the study deserves further work for the reduction of energy consumption in the application of the motor on the robotic arm, and, as well as of the related fields such as unpowered human exoskeletons to achieve labor-saving and energy-saving purposes.

Keywords: 4-bar parallelogram, force-saving mechanism, and rubber band.

壹、前言

一、研究動機

我是一位機器人選手，我們的比賽每年會公布新的主題，而選手們則是要針對題目的要求設計機器人，進而解決問題，其如何中舉起負重是最常見的問題之一，由於比賽對於馬達的數量及功率皆有限制，因此我們需要透過設計機構來避免動力的浪費。最常見的解決方式是將手臂設計成平行四連桿，並透過掛載橡皮筋的方式，使馬達負載減小。

一開始我使用的是兩點掛載方式(以下簡稱:兩點式)，這個方式雖然已經可以大幅減小馬達負載，但在舉起過程中橡皮筋對連桿所做的功變化過於劇烈，有(前繼力強，後繼無力)的趨勢，還有優化的空間，接著透過查找資料發現另一種三點掛載方式(以下簡稱:三點式)，可以善這個問題。

在以往如何掛載橡皮筋，如何決定掛載的位置，是由經驗去決定的，於是我想透過實驗的方法，來量化，得出較優解，並將最後的成果應用在日後的设计上。

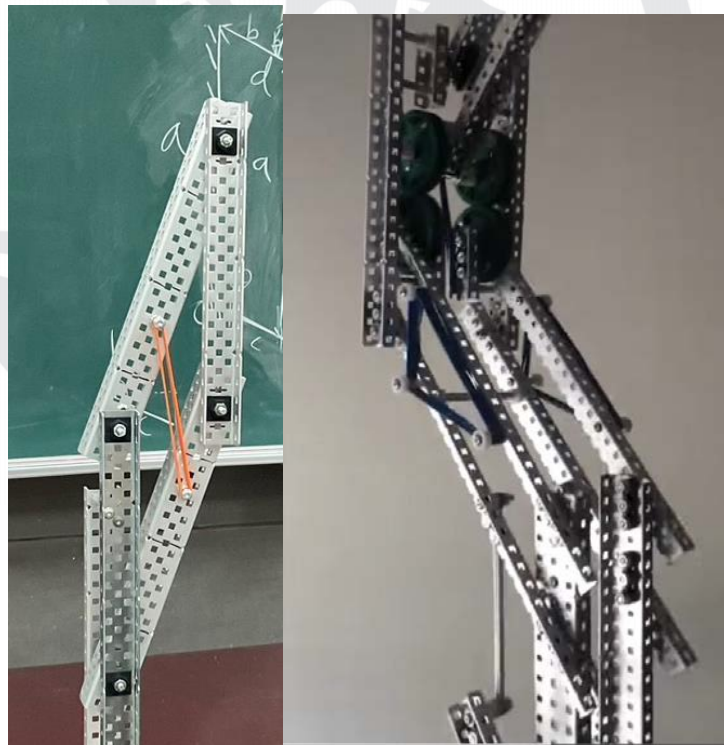


圖 1 兩點式與三點式示意圖

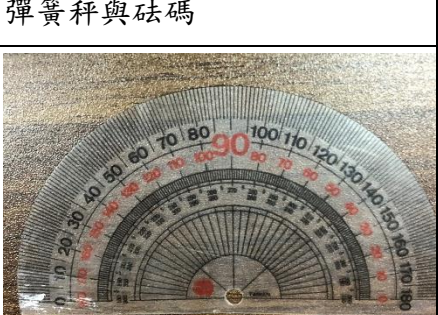
二、研究目的

(一) 各參數下兩點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係

- (二) 各參數下三點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係
- (三) 兩點式與三點式之應用價值

貳、研究設備及器材

表 1 研究設備及器材表

	
	橡皮筋 
	彈簧秤與砝碼 
四連桿	量角器

參、研究過程或方法

一、器材架設

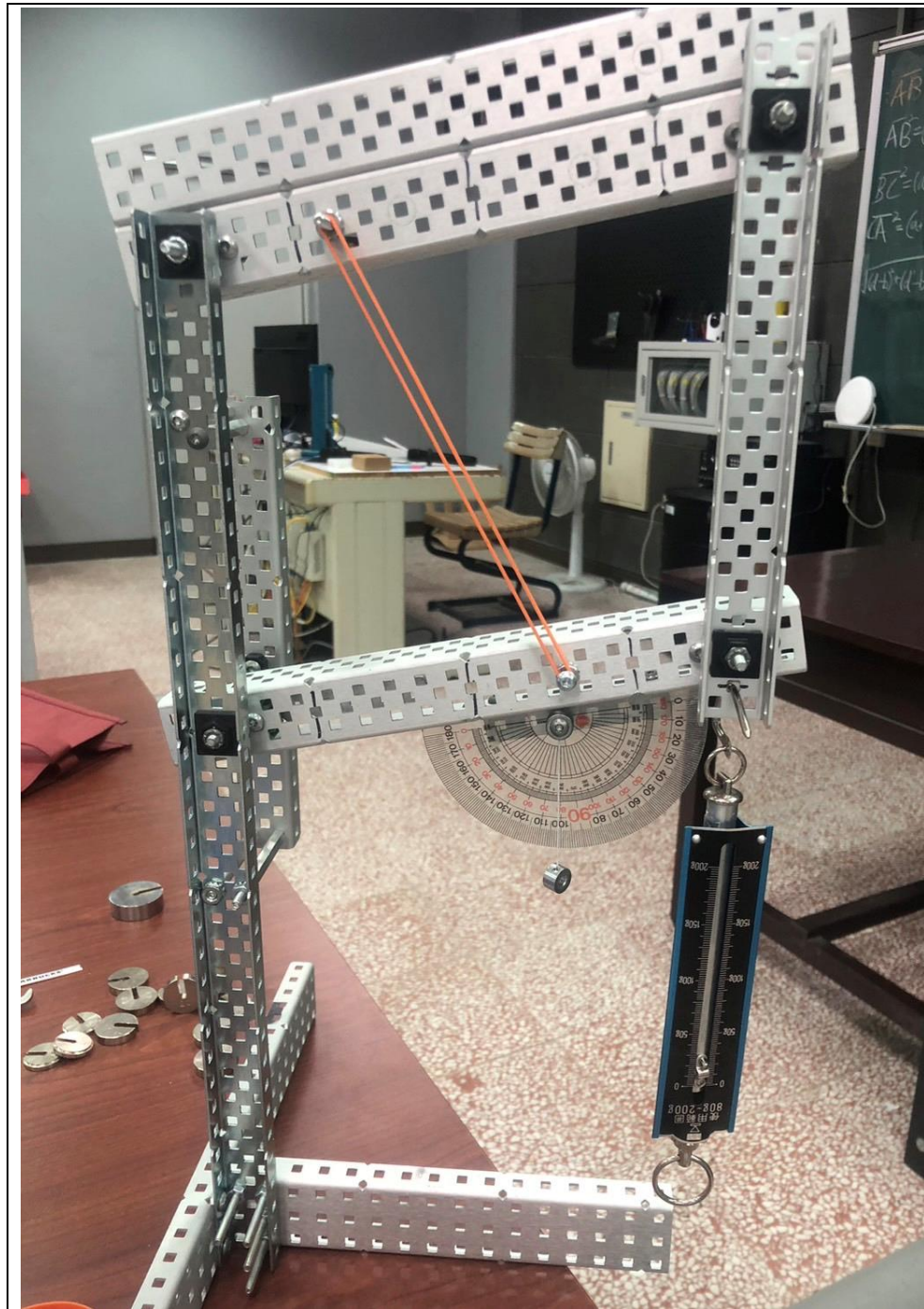


圖 2 架設完成器材

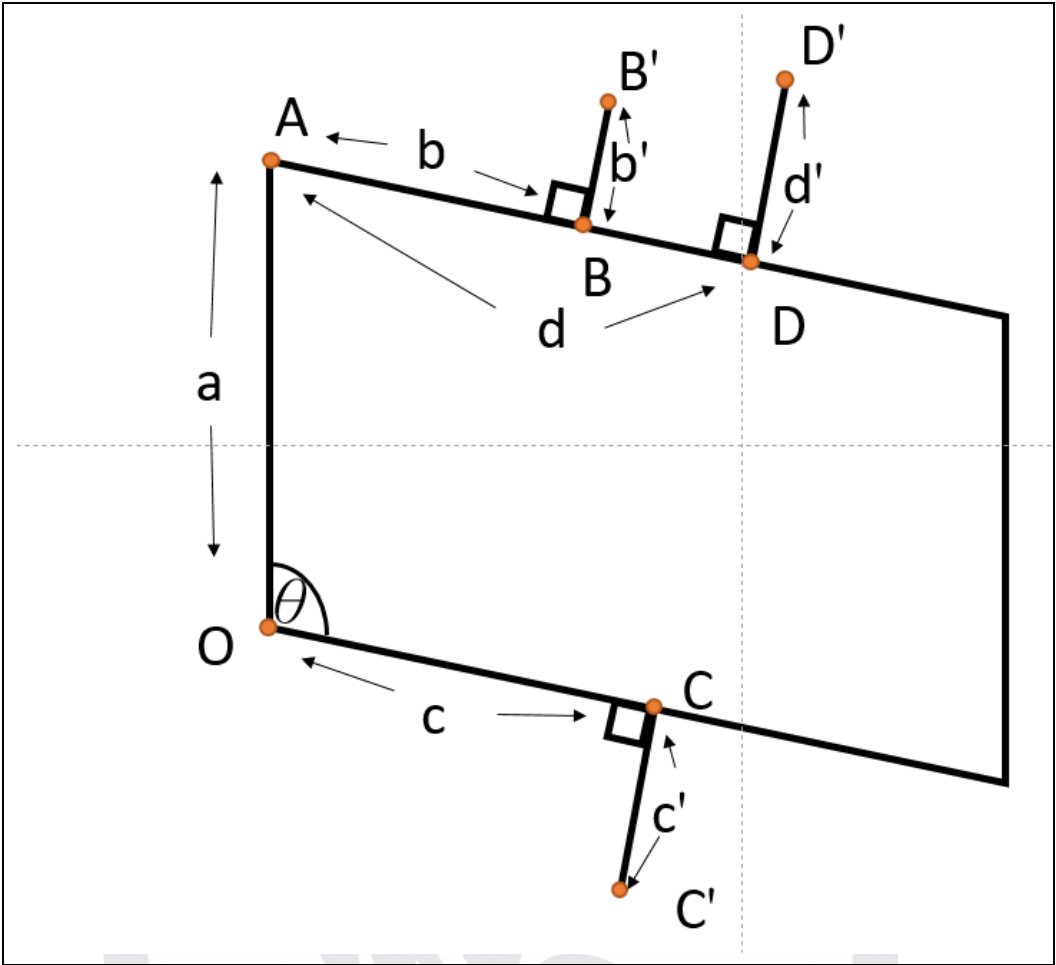


圖 3 器材個參數示意圖
(其中大寫為點，小寫為距離，兩點式時橡皮筋掛於 C'、B')

表 3 圖 3 標號意義表

標號	意義	標號	意義	標號	意義
0	原點(旋轉軸)	θ	$\angle COA$	a	$\overline{OA}$ 長，且此臂不動

二、研究流程

- (一) 實驗一:改變各參數得出兩點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係。
- (二) 實驗二:改變各參數得出三點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係。
- (三) 進行比較。

三、實驗一： 改變各參數得出兩點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係。

在兩點式的實驗中橡皮筋是掛於點 B' 與點 C'

(一) 實驗設計

為得出各參數下兩點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係，因此每次實驗將會對 b 、 b' 單獨進行改變，各個參數 3 組，共 6 組，並透過拉動彈簧秤或改變砝碼負重，觀察達平衡時的角度與彈簧秤刻度或重量，得知橡皮筋所施之垂直分力。

(二) 實驗步驟

1. 將橡皮筋掛上連桿
2. 將彈簧秤或砝碼掛於連桿末端
3. 向(下、上)拉動彈簧秤，並確保彈簧秤鉛直(若使用砝碼則略過此步驟)
4. 觀察連桿恰動時之角度與重量，並記錄
5. 重複步驟 3. 4.
6. 將數據匯入 Excel，進行計算
7. 繪製成圖

四、實驗二：改變各參數得出三點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係。

在三點式的實驗中橡皮筋是掛於點 B' 、點 C' 、點 D'

(一) 實驗設計

為得出各參數下三點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係，因此每次實驗將會對 d 、 d' 單獨進行改變，各個參數 3 組，共 9 組，並透過拉動彈簧秤或改變砝碼負重，觀察達平衡時的角度與彈簧秤刻度或重量，得知橡皮筋所施之垂直分力。

r ：在所有實驗中皆為 $17/2$ inch

(二) 實驗步驟

同實驗一

肆、研究結果

一、實驗一：改變各參數得出兩點式橡皮筋對連桿所施垂直分力與角度的關係。

(一) 第一組改變 b'

1. 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=2$ $c=11$ $c'=0$ 單位: 1/2inch

表 4 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=2$ $c=11$ $c'=0$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
111	30	87	60
117	20	62	100
104	40	73	80
95	50		

2. 參數 $a=14$ $b=8$ $b'=2$ $c=11$ $c'=0$ 單位: 1/2inch

表 5 參數 $a=14$ $b=8$ $b'=2$ $c=11$ $c'=0$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
40	20	133	-146
38	30	145	-151
44	10	90	-92
65	-38		

3. 參數 $a=14$ $b=13$ $b'=2$ $c=11$ $c'=0$ 單位: 1/2inch

表 6 參數 $a=14$ $b=13$ $b'=2$ $c=11$ $c'=0$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
17	20	31	88
19	0	40	130
55	190	41	130
45	180		

(二) 第二組改變 b'

1. 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=0.5$ $c=11$ $c'=0$ 單位: 1/2inch

表 7 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=0.5$ $c=11$ $c'=0$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g
47	50
89	40
130	30

2. 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=1.5$ $c=11$ $c'=0$ 單位: 1/2inch

表 8 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=1.5$ $c=11$ $c'=0$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
127	0	79	50
110	20	70	60
100	30	63	70
89	40		

3. 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=2.5$ $c=11$ $c'=0$ 單位: 1/2inch

表 9 參數 $a=14$ $b=4$ $b'=2.5$ $c=11$ $c'=0$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
104	20	117	0
98	30	71	70
92	40	67	80
85	50		

二、實驗二：改變各參數得出三點式橡皮筋對連桿所施垂直分

力與角度的關係。

(一) 第 1 組 $d=4.5$ 改變 d'

1. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=2.5$ 單位: 1/2inch

表 10 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=2.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
127	0	64	50
101	20	55	60
88	30	47	70
79	40		

2. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=0.5$ 單位: 1/2inch

表 11 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=0.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g
140	60

3. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=-0.5$ 單位: 1/2inch

表 12 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=-0.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
120	30	135	40
84	20	23	23

(二) 第 2 組 $d=8.5$ 改變 d'

1. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=8.5$ $d'=2.5$ 單位: 1/2inch

表 13 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=8.5$ $d'=2.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
32	60	44	30
36	50	49	20
39	40	63	0

2. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=8.5$ $d'=0.5$ 單位：1/2inch

表 14 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=8.5$ $d'=0.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
20	0	131	-30
72	-40	115	-34
109	-36		

3. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=8.5$ $d'=-0.5$ 單位：1/2inch

表 15 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=8.5$ $d'=-0.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
144	0	121	-40
134	-22	89	-46

(三) 第 3 組 $d=12.5$ 改變 d'

1. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=12.5$ $d'=2.5$ 單位：1/2inch

表 16 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=12.5$ $d'=2.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
35	0	55	-58
68	-50	105	-104

2. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=12.5$ $d'=0.5$ 單位：1/2inch

表 17 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=12.5$ $d'=0.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
111	-120	61	-94
86	-110	123	-98

3. 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=12.5$ $d'=-0.5$ 單位：1/2inch

表 18 參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$
 $c=11$ $c'=0$ $d=12.5$ $d'=-0.5$ 角度負重關係表

角度 °	實驗負重 g	角度 °	實驗負重 g
120	-115	135	-100
143	-95	86	-119

伍、討論

一、討論一：兩點式與三點式之分析與比較

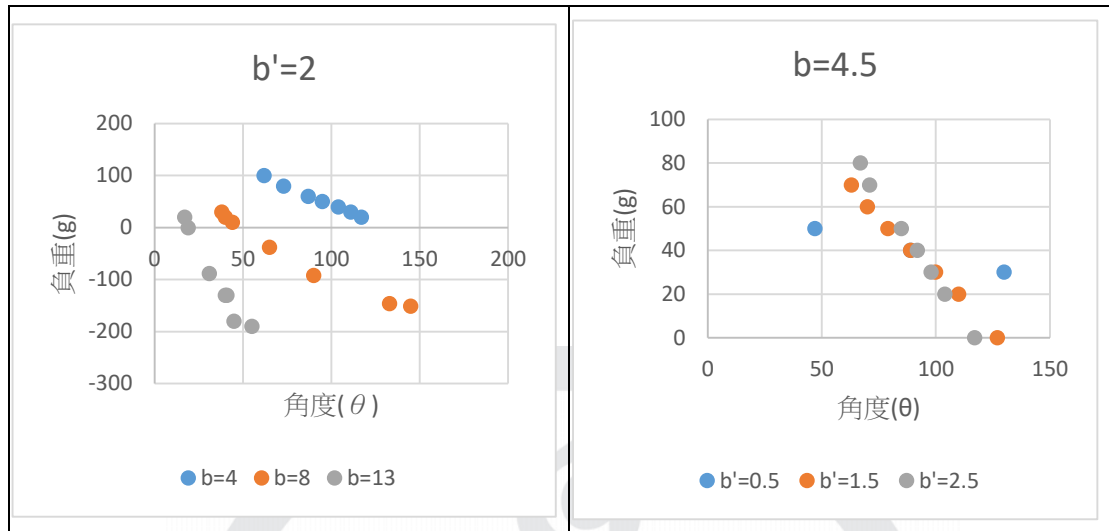


圖 4 兩點式角度與負重特性關係圖

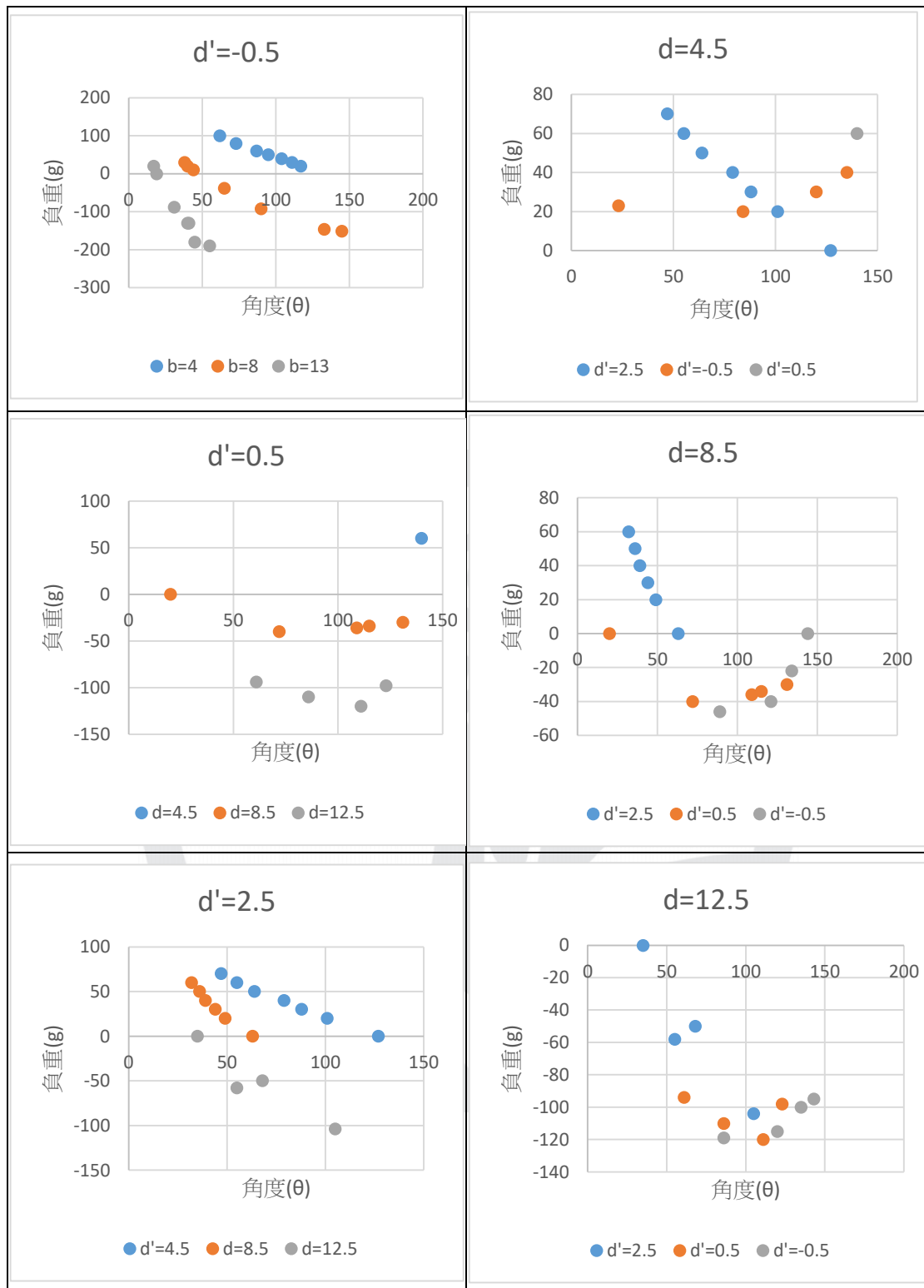


圖 5 三點式角度與負重特性關係圖

- (一) 角度與負重關係圖中，改變上方連桿 B'、D' 點 x 方向大小，與主要影響截距，y 方向大小，與主要影響斜率。
- (二) 角度與負重關係中，兩點式較成線性變化，三點式，則成曲線變化，且開口方向一致。
- (三) 三點式在特定實驗中，負重與角度之間的變化較為平緩，這意味當連桿舉起重物時可以提供較穩定的支撐力，著因此我們認為三點式的應用價值較兩點式高。

二、討論二：未來展望

(一) 實驗改良

1. 待改進部分

(1) 實驗器材的架設上

本研究中摩擦力在一定的程度上會影響實驗結果。

(2) 觀測設備上

若待測數據介於彈簧秤與砝碼之間，則無法得知數據。

(如：參數 $a=14$ $b=6.5$ $b'=-0.5$

$c=11$ $c'=0$ $d=4.5$ $d'=0.5$ 單位：1/2inch)

2. 改進方法

(1) 實驗器材的架設上

在旋轉軸處加入軸承，最大可能減少摩擦力對實驗的影響。

(2) 觀測設備上

採用精準度較高之設備。

(二) 應用

- 1. 此研究所探討之技術，可減少電動機於機械臂上之耗能，同時也可以應用於無動力人體外骨骼上，達到省力節能的作用。
- 2. 可以建立物理模型，以輔助機構設計。

陸、結論

一、角度與負重特性關係圖中，改變上方連桿 B'、D' 點 x 方向

大小，與主要影響截距，y 方向大小，與主要影響斜率。

二、角度與負重特性關係圖中，兩點式較成線性變化，三點

式，則成曲線變化，且開口方向一致。

三、三點式在特定實驗中，負重與角度之間的變化較為平緩，

因此我們認為三點式應用價值較兩點式高。

四、此研究所探討之技術，有省力節能的作用，極具應用價值。

