

應用雲端虛擬教具於合作數學寫作對國小學生數學學習成效之影響

A study on the effectiveness of elementary school students' mathematics learning by applying cloud-based manipulatives aids in cooperative mathematics writing

連得宇¹ 陳志鴻²

LIEN, TE YU¹ CHEN, CHIH HUNG²

¹ 國立臺中教育大學 教師專業碩士學位學程 研究生

¹ National Taichung University of Education Master Program of Teaching Profession
Technology Student

E-mail : btp109112@gm.ntcu.edu.tw

² 國立臺中教育大學 教師專業碩士學位學程 助理教授

² National Taichung University of Education Master Program of Teaching Profession
Assistant Professor

E-mail : duke.chchen@gmail.com

摘要

本研究以雲端數學寫作讓每一位學生的想法都受到重視，老師和學生可以給予回饋，並共同省思其想法與自己的異同，並活用虛擬教具的輔助，幫助學生建構數學概念。因此，本研究採用準實驗研究法，實驗組使用「雲端虛擬教具於合作數學寫作」，控制組使用「雲端虛擬教具於一般數學寫作」。實驗結果為學習成就、學習動機與數學解題策略並無顯著差異。訪談中學生認為此教學能幫助他更加瞭解數學概念，且教具的製作具有高度自由性，可考慮拉長研究時間再進行研究。

關鍵字：雲端、虛擬教具、合作學習、數學寫作

Abstract

This research uses cloud-based math writing to make every student's ideas valued. Teachers and students can give feedback and reflect on the similarities and differences between their ideas and their own, and use manipulatives aids to help students construct mathematical concepts. Therefore, this study adopted a quasi-experimental research method. The experimental group used "cloud virtual teaching aids in collaborative mathematics writing", and the control group used "cloud virtual teaching aids in general mathematics writing". The experimental results show that there is no significant difference in learning achievement, learning motivation and mathematics problem-solving strategies. The interviewed students

believed that this teaching could help him better understand mathematical concepts, and the production of teaching aids had a high degree of freedom, so he could consider extending the research time before conducting research.

Keywords : cloud-based、manipulatives、cooperative learning、mathematics writing

壹、前言

美國數學教師協會（NCTM）強調交流是數學教學的基本要素，參與數學交流的學生，有通過交流中學習數學以及學習數學交流的雙重好處。並提出數學寫作促使學習者解釋、反思、組織和連結數學的內容與想法，也有助於學生活用不同表徵與釐清自我的數學概念（NCTM, 1989；NCTM, 2000）。Burns（2004）發現讓學生嘗試將數學的想法寫下或將內容做整合，且以自己的話解釋給同儕，這個過程可以幫助學生思考。但曾玉庭、袁媛（2019）提出，學生初步接觸數學寫作時不知道該如何進行，直到引導學生嘗試使用不同表徵的連結，並進行小組討論才有所改善。所以雖然數學寫作有諸多優點，但仍需輔以表徵與合作學習，才能讓學習成效更佳。

貳、文獻探討

一、數學寫作與雲端社群之探討

教育部（2018）提出數學的教學應提供每位學生有感的學習機會，學生的認知與學習皆有所不同，要如何適時進行差異化教學與活動規劃是現今重要的課題。Cooper（2012）提到傳統的課室不容易難讓每個人都參與到討論，但使用網際網路的協助正適合解決此困境，讓每一位學生都有發表的機會。Cuhadar 與 Kuzu（2010）的研究中也發現，學生在網站上的想法與討論可以更快速的得到回應，使整體的參與度提升。以及學生在線上討論的過程中，班級凝聚力較以往來的高（MacBride & Luehmann, 2008）。

黃啟晉（2017）則使用了雲端分享的技術，加速了數學寫作的溝通分享。老師不僅得知更多學生學習數學的完整訊息，能夠作為了解學生學習狀況與精進教學的依據。

二、數學寫作與虛擬教具

雖然雲端社群讓數學寫作更具有便利性，但黃啟晉（2017）發現科技操作門檻會影響學生表達方式，降低數學寫作的成效，尤其對於低成就的學習者更需要表徵協助其概念理解，建議開發其他更加適合的數學寫作環境。

林保平（2008）認為國小學童還處於具體運思期階段，若要學習抽象的數學概念，必須有具體操作物或視覺圖像輔以學習。陳嘉皇（2008）在面積教學的研究中發現，使用圖形的動態變化，能夠幫助學生更加了解面積計算的過程，增進公式與概念的理解與連結。

Şandır 與 Aztekin (2016) 研究中比對了三項知名的動態虛擬教具軟體，分別為 Cabri、Geogebra 以及 Sketchpad。研究發現使用 Geogebra 的學生學習的態度較為積極，教學者也肯定此軟體的易用性。而且活用物件動態的特性，也被認為能夠有效強化教學內容。

綜上所述，Geogebra 擁著易用性、動態虛擬教具能夠彌補雲端數學寫作的缺失，所以本研究以此工具輔助實驗課程。

三、數學寫作與合作學習之探討

美國數學教師協會提倡課堂中宜帶入合作學習策略，因為小組中學生能夠提出與討論想法，互相提出建設性意見與批判思考 (NCTM, 1989)。現今所需的數學技能和以往強調計算與解題不同，更加重視的是策略的使用和學生的參與 (Lau et al., 2009)。教學並非讓學生執行一定的數學程序，而是討論與合作的過程中主動參與與思考 (Posamentier et al., 2006)。

Martin 與 Polly (2016) 的研究中有發現學生執行數學寫作時，學生因為不熟悉數學寫作的策略，會有無從下筆的困擾。實驗中發現可以嘗試使用合作學習的輔助，參考同學的作法，讓其他學生較容易掌握。曾玉庭、袁媛 (2019) 的行動研究中也有類似的發現，教師可以先提出範例讓學生討論，之後進行同儕觀摩，在不斷討論和共學的過程中，學生能更加有效掌握數學寫作策略。

參、研究實施與設計

一、研究方法

(一) 研究架構

本研究架構包括三類研究變項，分別為自變項、依變項和控制變項，如圖。

1. 自變項

本研究自變項為合作學習，將學生分為兩組，分別為「雲端虛擬教具於合作數學寫作」與「雲端虛擬教具於一般數學寫作」。

2. 依變項

本研究涉及之依變項為學習成就、數學解題能力以及學習動機。

3. 控制變項

本研究為求實驗準確度，所以教學者皆為同一位數學科教師所擔任，以減少因為專業背景和教學風格所造成的影響。前測之成就測驗皆為正方形和長方形面積計算與面積單位之換算，符合十二年國民基本教育課程綱要數學領域與學習者所使用之教材。所以學習者皆具有相同的先備知識，排除不同教材所帶來的影響。

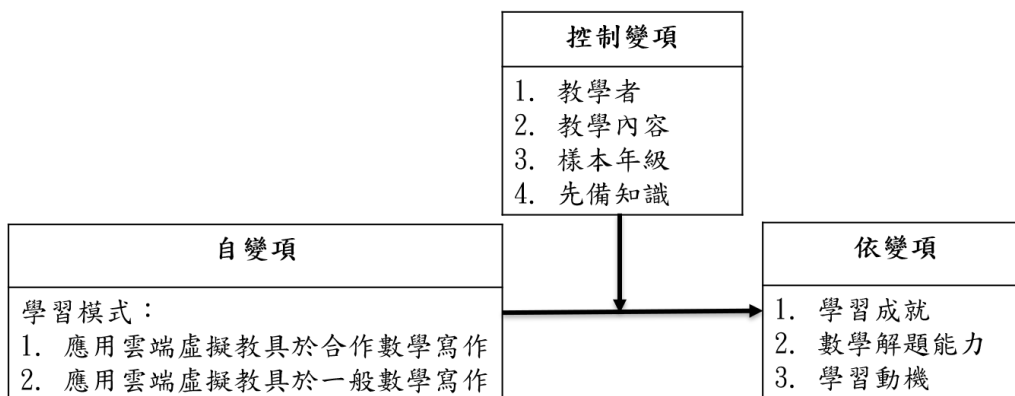


圖 1. 研究架構

(二) 研究對象

本研究以立意抽樣選取國小四年級兩組學生，共 39 人。分別為實驗組學生 17 人，對照組學生 22 人。本實驗採用的單元為四下康軒版第六單元一周長與面積進行實驗。實驗組學生採取雲端虛擬教具於合作數學寫作之學習策略，對照組學生使用雲端虛擬教具於一般數學寫作的學習策略。

(三) 實驗流程

實驗開始時，兩組學生皆須填寫前測問卷 40 分鐘。然後實驗組進行應用雲端虛擬教具於合作數學寫作之教學，則控制組進行應用雲端虛擬教具於一般數學寫作之教學。兩組學生學習內容與使用之教材與虛擬教具皆相同，教學時間為 80 分鐘。教學結束後進行後測問卷 40 分鐘。

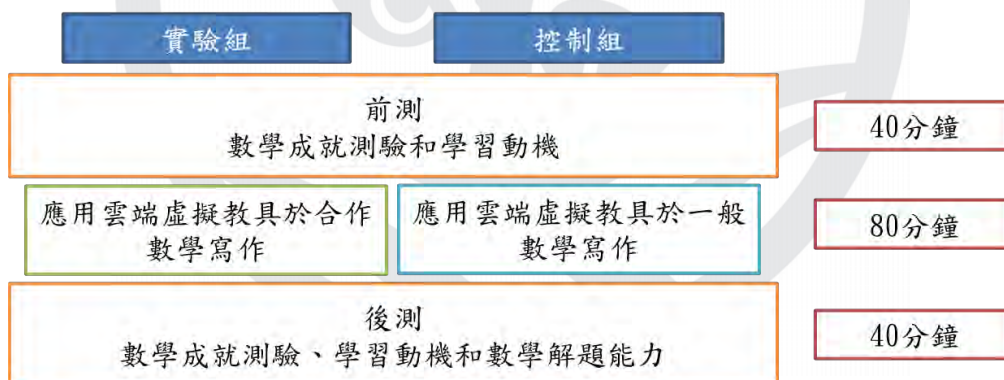


圖 2. 實驗流程圖

二、研究工具

本實驗採用準實驗研究法，所使用研究工具為前後測問卷（學習動機）和成就測驗與解題策略測驗。

本研究之動機量表，參考 Pintrich、Smith、Garcia 和 McKeachie (1991) 之動機量表並改編之，總共有 6 題測驗學生之學習動機，內在動機與外在動機各三題。採用李克特 (Likert) 5 點量表，其中 1 分表示非常不同意，5 分則為非常同意。

成就測驗由數學教育背景的教師命題，並與有數學教學經驗的教師共同編製。

前測為康軒版四年級下學期數學課本之第六單元做為參考，主要概念為長方形與正方形的邊長與面積之關係並理解其公式之應用，以及面積單位換算。後測為長方形與正方形複合圖形之面積計算，是以面積公式的理解來進行解題，而非測量所得知結果。

解題策略測驗由數學教育背景的教師命題，並與有數學教學經驗的教師共同編製數學寫作之題目，除了計算出正確答案和寫出過程外，還要記錄想法與歷程。參考康軒版四年級下學期數學課本之第六單元之複合圖形的面積並使用黃麗紅、溫嫩純與施皓耀（2008）五點計分法，依據學生的解題特徵予以不同的分數。此測驗於實驗結束後進行測驗，主要是了解學生的解題特徵。各得分對應的解題特徵。（如圖 3.）

分數	解題特徵
0	空白；不了解題意；答案錯誤且無過程
1	策略不合適且未完成
2	策略不合適但部分理解；使用合適策略卻未找到答案；正解卻無過程
3	合適策略但過程不清楚；忽視問題的一個條件
4	合適策略；抄寫錯誤或計算不正確
5	同上但答案正確

圖 3. 解題特徵表

三、教學系統

本研究使用 Geogebra 作為教學工具，Geogebra 是一款開源的圖像化數學計算機，教師或學生可藉由函數、幾何繪圖、統計圖表以及程式語言進行動態虛擬教具之開發，以下由動態虛擬教具與雲端社群功能進行介紹。

(一) 動態虛擬教具

本課程先分析各大教材在四下複合圖形之概念與題型，整理出切割型、填補型、移補型與數量型四種典型題目，並且依據各題目不同的解法製作相對應之動態虛擬教具。學生可以藉由此系統輔助其概念建立，或是課堂中與小組溝通與討論之媒材。

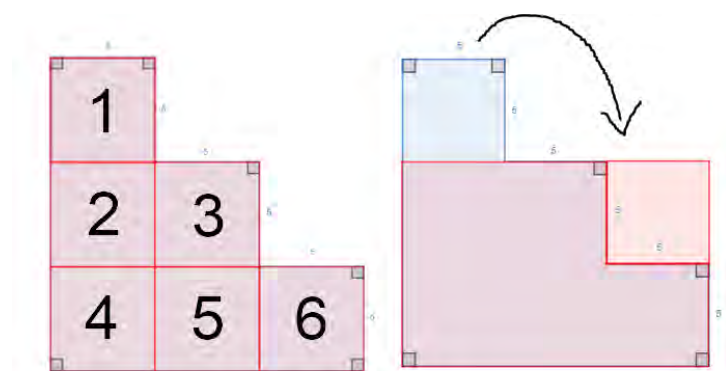


圖 4. 動態虛擬教具範例

(二) 雲端社群

Geogebra 網頁版內建社群系統供教師上課使用，教師能夠管理教具與題目並發派作業，學生作答完也能予以回饋。學生則是可以从社群進行任務，以及活用數學寫作之技巧記錄其想法，然後教師整理優良範例供學生參考與討論。

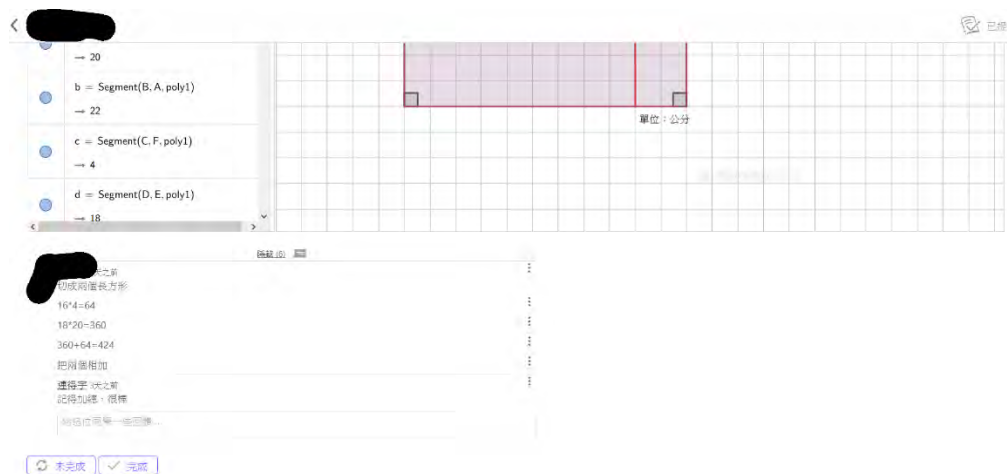


圖 5. 學生寫作與教師回饋範例

肆、結果與討論

(一) 數學學習成就

為符合共變數分析的基本假設，本研究先進行組內迴歸同質性檢驗，其統計結果為 ($F=0.527, p=.472, p>.05$)，可進行共變數分析，統計結果如下表。

表 1 數學學習成就敘述統計與 ANCOVA 分析摘要表

組別	個數	平均數	標準差	調整後 平均數	標準誤	F	η^2
實驗組	17	77.06	23.52	77.66	4.54	1.01	0.027
對照組	22	72.05	25.57	71.58	3.99		

* $p<.05$

學習成就單因子共變數分析結果顯示，雖然實驗組平均高於控制組，但並沒有達到顯著差異。

(二) 外在動機

為符合共變數分析的基本假設，本研究先進行組內同質性檢驗，其統計結果為 ($F=0.304, p=.585, p>.05$)，可進行共變數分析，統計結果如下表。

表 2 外在動機敘述統計與 ANCOVA 分析摘要表

組別	個數	平均數	標準差	調整後 平均數	標準誤	F	η^2
實驗組	17	4.24	0.79	4.08	0.14	2.762	0.071
對照組	22	4.29	0.87	4.4	0.13		

* $p<.05$

外在動機單因子共變數分析結果顯示，實驗組與控制組並無顯著差異。

(三) 內在動機

為符合共變數分析的基本假設，本研究先進行組內同質性檢驗，其統計結果為 ($F=3.122$, $p=.086$, $p>.05$)，可進行共變數分析，統計結果如下表。

表 3 內在動機敘述統計與 ANCOVA 分析摘要表

組別	個數	平均數	標準差	調整後 平均數	標準誤	F	η^2
實驗組	17	3.55	0.91	3.46	0.20	0.10	0.003
對照組	22	3.32	0.96	3.38	0.17		

* $p<.05$

內在動機單因子共變數分析結果顯示，實驗組與控制組並無顯著差異。

(四) 數學解題策略

數學解題策略探討使用獨立樣本 t 檢定，探討實驗組「應用雲端虛擬教具於合作數學寫作」與控制組「應用雲端虛擬教具於一般數學寫作」，對於兩組學生數學解題能力之影響。

表 4 實驗組與控制組之數學解題策略獨立樣本 t 檢定結果

組別	個數	平均數	標準差	t
實驗組	17	15.41	1.14	0.534
控制組	22	14.41	1.09	

* $p<.05$

數學解題獨立樣本檢定分析結果顯示，實驗組與控制組並無顯著差異。

伍、未來展望

由此實驗可知，有無合作學習對於雲端虛擬教具融入數學寫作的策略並無顯著差異，但由於疫情影響導致樣本的丟失，樣本數不足的情況較難有顯著差異。不過從成就測驗平均數中能推測合作學習應能有效提升雲端虛擬教具結合數學寫作之學習策略，可作為未來研究方向之依據。

另一方面，數學寫作從生手到熟手需要相當多的時間，要讓發表願意較低的學生嘗試寫下想法並闡述非一日可成 (Baxter et al., 2005)。從訪談中可以發現學生大多是不熟悉數學寫作的概念和系統軟體的操作，但他們認為數學概念上更為清楚。筆者認為若能拉長研究時間或進行行動研究，讓學生有足夠的練習機會，對學習成效的影響應該會更明顯。

參考文獻

一、中文部分

- 林保平 (2008)。科技融入數學課程與教學的意涵及實例。
doi:10.6216/SEM.200809_(312).0002 *科學教育月刊*, (312), 2008。
- 曾玉庭、袁媛 (2019)。數學寫作應用於培養國小四年級學生溝通能力之行動研究。29-42 doi: 10.6610/TJMT.201910_40(2).0002。 *臺灣數學教師*, 40(2)
- 黃啟晉 (2017)。不同數學寫作模式與數學能力水準對國小學童分數除法學習成效之影響。 *台灣教育評論月刊*, 6(11), 141-163。
- 黃麗紅、溫嫩純、施皓耀 (2008)。數學寫作活動對八年級中程度學生解題的影響之個案研究—以一元二次方程式應用問題單元為例。
doi:10.6610/ETJMT.20081201.04 *台灣數學教師電子期刊*, (16), 2008。
- 教育部 (2017)。十二年國民基本教育課程綱要數學領域。

二、英文部分

- Burns, M. (2004). *Writing in math. Educational Leadership*, 62(2), 30-33.
- Cooper, A. (2012). Today's technologies enhance writing in mathematics. *The Clearing House*, 85(2), 80-85.
- Cuhadar, C., and A. Kuzu. 2010. Improving interaction through blogs in a constructivist learning environment. *Turkish Online Journal of Distance Education II* (1): 134-61.
- Lau, P.N.K., P. Singh and T.Y. Hwa, (2009). Constructing mathematics in an interactive classroom context. *Educ. Stud. Math.*, 72: 307-324. DOI: 10.1007/s10649-009-9196-y
- MacBride, R., and A. L. Luehmann. 2008. Capitalizing on emerging technologies: A case study of classroom blogging. *School Science and Mathematics* 108 (5): 173-83.
- Martin, C., & Polly, D. (2016). Examining the impact of writing and literacy connections on mathematics learning. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(3), 59-78. doi: 10.1080/24727466.2016.11790354
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards of school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Pintrich, P.R., Smith, D.A.F., Garcia, T., & McKeachie, W.J. (1991). *A manual for the use of the motivated strategies for learning questionnaire (MSLQ)*. MI:

National Center for Research to Improve Postsecondary Teaching and Learning.
(ERIC Document Reproduction Service No. ED 338122)

- Posamentier, A.S., B.S. Smith and J. Stepelman, (2006). Teaching Secondary Mathematics: Techniques and Enrichment Units.
- Şandır, H., & Aztekin, S. (2016). Pre-service math teachers' opinions about dynamic geometry softwares and their expectations from them. *Mathematics Education*, 11(3), 421–431.

